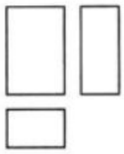
北京 2020 年中考数学真题

一. 选择题（本题共 16 分，每小题 2 分）

第 1-8 题均有四个选项，符合题意的选项只有一个.

01．右图是某几何体的三视图，该几何体是 【　　】



A. 圆柱　　B. 圆锥　　C. 三棱锥　　D. 长方体

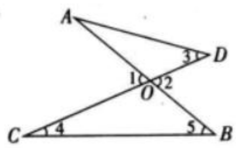
02．2020 年 6 月 23 日，北斗三号最后一颗全球组网卫星从西昌发射中心发射升空，6 月 30 日成功定点于距离地球 36000 公里的地球同步轨道. 将 36000 用科学记数法表示应为 【　　】

A. 0.36×10^5　　B. 3.6×10^5　　C. 3.6×10^4　　D. 36×10^4

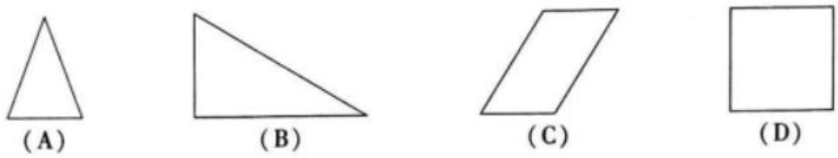
03．如图，AB 和 CD 相交于点 O，则下列结论正确的是 【　　】

A. $\angle1=\angle2$　　B. $\angle2=\angle3$

C. $\angle1>\angle4+\angle5$　　D. $\angle2<\angle5$



04．下列图形中，既是中心对称图形也是轴对称图形的是 【　　】



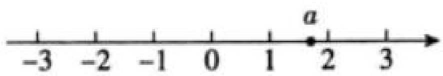
05．正五边形的外角和为 【　　】

A. 180°　　B. 360°　　C. 540°　　D. 720°

06．实数 a 在数轴上的对应点的位置如图所示. 若实数 b 满足 $-a<b<a$，则 b 的值可以是 【　　】

A. 2　　B. -1

C. -2　　D. -3



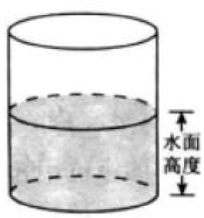
07．不透明的袋子中装有两个小球，上面分别写着“1”，“2”，除数字外两个小球无其他差别. 从中随机摸出一个小球，记录其数字，放回并摇匀，再从中随机摸出一个小球，记录其数字，那么两次记录的数字之和为 3 的概率是 【　　】

A. $\frac{1}{4}$　　B. $\frac{1}{3}$　　C. $\frac{1}{2}$　　D. $\frac{2}{3}$

08．有一个装有水的容器，如图所示. 容器内的水面高度是 10cm，现向容器内注水，并同时开始计时，在注水过程中，水面高度以每秒 0.2cm 的速度匀速增加，则容器注满水之前，容器内的水面高度与对应的注水时间满足的函数关系是 【　　】

A. 正比例函数关系　　B. 一次函数关系

C. 二次函数关系　　D. 反比例函数关系



二、填空题（本题共 16 分，每小题 2 分）

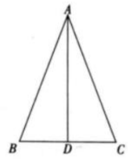
09．若代数式 $\frac{1}{x-7}$ 有意义，则实数 x 的取值范围是_____.

10．已知关于 x 的方程 $x^2+2x+k=0$ 有两个相等的实数根，则 k 的值是______.

11．写出一个比 $\sqrt{2}$ 大且比 $\sqrt{15}$ 小的整数______.

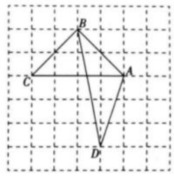
12．方程组 $\begin{cases}x-y=1\\3x+y=7\end{cases}$，的解为________.

13.在平面直角坐标系 xOy 中，直线 $y=x$ 与双曲线 $y=\dfrac{m}{x}$ 交于 A，B 两点.若点 A，B 的纵坐标分别为 y_1,y_2，则 y_1+y_2 的值为_______.



第14题图

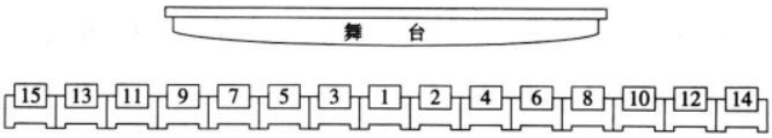
14．在△ABC 中，AB=AC，点 D 在 BC 上（不与点 B，C 重合）.只需添加一个条件即可证明△ABD≌△ACD，这个条件可以是________（写出一个即可）



第15题图

15．如图所示的网格是正方形网格，A，B，C，D 是网格交点，则△ABC 的面积与△ABD 的面积的大小关系为：$S_{\triangle ABC}$______$S_{\triangle ABD}$（填“＞”，“＝”或“＜”）

16．下图是某剧场第一排座位分布图甲、乙、丙、丁四人购票，所购票分别为 2，3，4，5.每人选座购票时，只购买第一排的座位相邻的票，同时使自己所选的座位之和最小.如果按“甲、乙、丙、丁”的先后顺序购票，那么甲甲购买 1，2 号座位的票，乙购买 3，5，7 号座位的票，丙选座购票后，丁无法购买到第一排座位的票.若丙第一购票，要使其他三人都能购买到第一排座位的票，写出一种满足条件的购票的先后顺序______.



三、解答题（本题共 68 分，第 17-20 题，每小题 5 分，第 21 题 6 分，第 22 题 5 分，第 23-24 题，每小题 6 分，第 25 题 5 分，第 26 题 6 分，第 27-28 题，每小题 7 分）解答应写出文字说明、演算步骤或证明过程.

17．计算：$(\dfrac{1}{3})^{-1}+\sqrt{18}+|-2|-6\sin 45°$

18．解不等式组：$\begin{cases}5x-3>2x\\ \dfrac{2x-1}{3}<\dfrac{x}{2}\end{cases}$

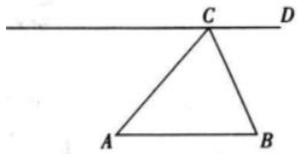
19．已知 $5x^2-x-1=0$，求代数式 $(3x+2)(3x-2)+x(x-2)$ 的值.

20．已知：如图，△ABC 为锐角三角形，AB=BC，CD∥AB.求作：线段 BP，使得点 P 在直线 CD 上，且∠ABP=$\frac{1}{2}\angle BAC$.

作法：①以点 A 为圆心，AC 长为半径画圆，交直线 CD 于 C，P 两点；②连接 BP.线段 BP 就是所求作线段.

（1）使用直尺和圆规，依作法补全图形（保留作图痕迹）

（2）完成下面的证明.



证明：∵CD∥AB，

∴∠ABP=________.

∵AB=AC，

∴点 B 在⊙A 上.

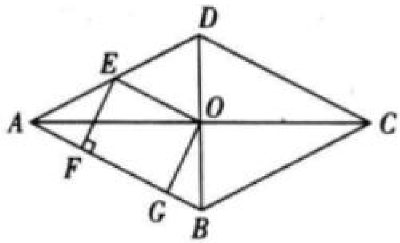
又∵∠BPC=$\frac{1}{2}$∠BAC（____）（填推理依据）

∴∠ABP=$\frac{1}{2}$∠BAC

21．如图，菱形 ABCD 的对角线 AC，BD 相交于点 O，E 是 AD 的中点，点 F，G 在 AB 上，EF⊥AB，OG∥EF.

（1）求证：四边形 OEFG 是矩形；

（2）若 AD=10，EF=4，求 OE 和 BG 的长.



22．在平面直角坐标系 xOy 中，一次函数 $y=kx+b(k\neq 0)$ 的图象由函数 $y=x$ 的图象平移得到，且经过点（1,2）.

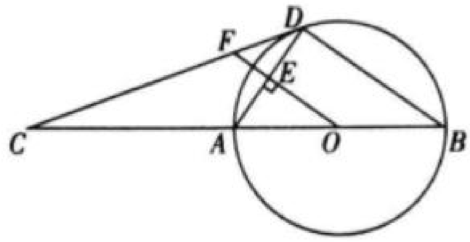
（1）求这个一次函数的解析式；

（2）当 $x>1$ 时，对于 x 的每一个值，函数 $y=mx(m\neq 0)$ 的值大于一次函数 $y=kx+b$ 的值，直接写出 m 的取值范围.

23．如图，AB 为⊙O 的直径，C 为 BA 延长线上一点，CD 是⊙O 的切线，D 为切点，OF⊥AD 于点 E，交 CD 于点 F.

（1）求证：∠ADC=∠AOF；

（2）若 $\sin C=\dfrac{1}{3}$，BD=8，求 EF 的长.



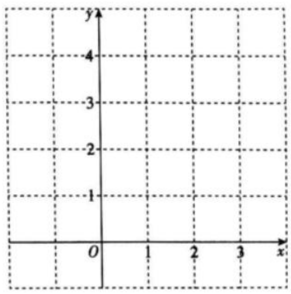
24．小云在学习过程中遇到一个函数 $y=\dfrac{1}{6}|x|(x^2-x+1)(x\ge -2)$．下面是小云对其探究的过程，请补充完整：

（1）当 $-2\le x<0$ 时，对于函数 $y_1=|x|$，即 $y_1=-x$，当 $-2\le x<0$ 时，y_1 随 x 的增大而______，且 $y_1>0$；对于函数 $y_2=x^2-x+1$，当 $-2\le x<0$ 时，y_2 随 x 的增大而______，且 $y_2>0$；结合上述分析，进一步探究发现，对于函数 y，当 $-2\le x<0$ 时，y 随 x 的增大而________.

（2）当 $x\ge 0$ 时，对于函数 y，当 $x\ge 0$ 时，y 与 x 的几组对应值如下表：

x	0	$\frac{1}{2}$	1	$\frac{3}{2}$	2	$\frac{5}{2}$	3	…
y	0	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{16}$	1	$\frac{95}{48}$	$\frac{7}{2}$	…

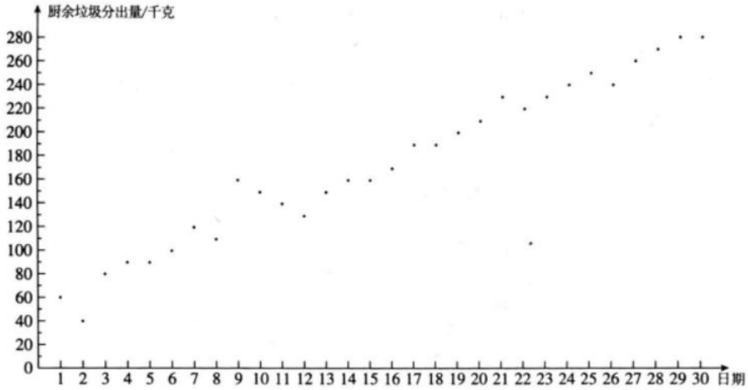
综合上表，进一步探究发现，当 $x\ge 0$ 时，y 随 x 的增大而增大.在平面直角坐标系 xOy 中，画出当 $x\ge 0$ 时的函数 y 的图象.



（3）过点（0，m）（$m>0$）作平行于 x 轴的直线 l，结合（1）（2）的分析，解决问题：若直线 l 与函数 $y=\dfrac{1}{6}|x|(x^2-x+1)(x\ge -2)$ 的图象有两个交点，则 m 的最大值是__________.

25．小云统计了自己所住小区 5 月 1 日至 30 日的厨余垃圾分出量（单位：千克），相关信息如下：

a．小云所住小区 5 月 1 日至 30 日的厨余垃圾分出量统计图：



b．小云所住小区 5 月 1 日至 30 日分时段的厨余垃圾分出量的平均数如下：

时段	1 日至 10 日	11 日至 20 日	21 日至 30 日
平均数	100	170	250

（1）该小区 5 月 1 日至 30 日的厨余垃圾分出量的平均数约为________（结果取整数）

（2）已知该小区 4 月的厨余垃圾分出量的平均数为 60，则该小区 5 月 1 日至 30 日的厨余垃圾分出量的平均数约为 4 月的_______倍（结果保留小数点后一位）；

（3）记该小区 5 月 1 日至 10 日的厨余垃圾分出量的方差为s_1^2，5 月 11 日至 20 日的厨余垃圾分出量的方差为s_2^2，5 月 21 日至 30 日的厨余垃圾分出量的方差为s_3^2．直接写出s_1^2, s_2^2, s_3^2的大小关系.

26．在平面直角坐标系xOy中，$M(x_1, y_1), N(x_2, y_2)$为抛物线$y = ax^2 + bx + c(a > 0)$上任意两点，其中$x_1 < x_2$.

（1）若抛物线的对称轴为$x = 1$，当x_1, x_2为何值时，$y_1 = y_2 = c$;

（2）设抛物线的对称轴为$x = t$．若对于$x_1 + x_2 > 3$，都有$y_1 < y_2$，求t的取值范围.

27．在△ABC 中，∠C=90°，AC＞BC，D 是 AB 的中点.E 为直线上一动点，连接 DE，过点 D 作 DF⊥DE，交直线 BC 于点 F，连接 EF.

（1）如图 1，当 E 是线段 AC 的中点时，设 $AE=\alpha, BF=b$，求 EF 的长（用含 a,b 的式子表示）；

（2）当点 E 在线段 CA 的延长线上时，依题意补全图 2，用等式表示线段 AE，EF，BF 之间的数量关系，并证明.

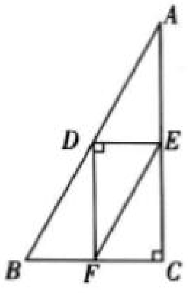


图1

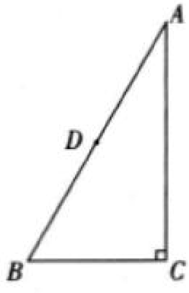
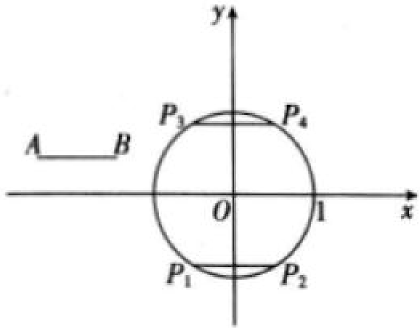


图2

28．在平面直角坐标系 xOy 中，⊙O 的半径为 1，A，B 为⊙O 外两点，AB=1.给出如下定义：平移线段 AB，得到⊙O 的弦 $A'B'$（A',B' 分别为点 A，B 的对应点），线段 AA' 长度的最小值称为线段 AB 到⊙O 的“平移距离”.

（1）如图，平移线段 AB 到⊙O 的长度为 1 的弦 P_1P_2 和 P_3P_4，则这两条弦的位置关系是________；在点 P_1,P_2,P_3,P_4 中，连接点 A 与点________的线段的长度等于线段 AB 到⊙O 的“平移距离”；



（2）若点 A，B 都在直线 $y=\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$ 上，记线段 AB 到⊙O 的“平移距离”为 d_1，求 d_1 的最小值；

（3）若点 A 的坐标为 $(2,\dfrac{3}{2})$，记线段 AB 到⊙O 的“平移距离”为 d_2，直接写出 d_2 的取值范围.

北京 2020 年中考数学真题答案

一、选择题 01-08.DCADBBCB

二、填空题

09. $x\neq 7$　10. $k=1$ 11.答案不唯一，2 或 3 都对　12. $\begin{cases}x=2\\y=-1\end{cases}$

13. $y_1+y_2=0$　14．填∠BAD=∠CAD 或者 BD=CD 或 AD⊥BC 均可．　15．“=”

16．顺序为丙，丁，甲，乙．

三、解答题

17．原式$=3+3\sqrt{2}+2-3\sqrt{2}=5$

18．∴此不等式组的解集为$1<x<2$

19．∴原式$=2-4=-2$

20．（1）略

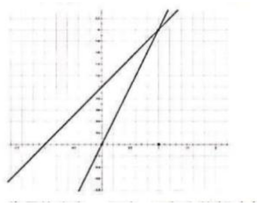
（2）∠BPC；在同圆或等圆中同弧所对的圆周角等于它所对圆心角的一半。

21．（1）∵四边形 ABCD 为菱形，∴点 O 为 BD 的中点，∵点 E 为 AD 中点，∴OE 为△ABD 的中位线，∴OE∥FG，∵OG∥EF，∴四边形 OEFG 为平行四边形∵EF⊥AB，∴平行四边形 OEFG 为矩形.

（2）∵点 E 为 AD 的中点，AD=10，∴AE=$\frac{1}{2}AD=5$ ∵∠EFA=90°，EF=4，∴在 Rt△AEF 中，$AF=\sqrt{AE^2-EF^2}=\sqrt{5^2-4^2}=3$.∵四边形 ABCD 为菱形，∴AB=AD=10，∴OE=$\frac{1}{2}$AB=5,∵四边形 OEFG 为矩形，∴FG=OE=5，∴BG=AB-AF-FG=10-3-5=2

22．（1）∵一次函数$y=kx+b(k\neq 0)$由$y=x$平移得到，∴$k=1$将点（1,2）代入$y=x+b$ 可得$b=1$，∴一次函数的解析式为$y=x+1$.

（2）当$x>1$时，函数$y=mx(m\neq 0)$的函数值都大于$y=x+1$，
即图象在$y=x+1$上方，由下图可知：



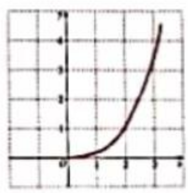
临界值为当$x=1$时，两条直线都过点（1,2），∴当$x>1,m>2$时.
$y=mx(m\neq 0)$都大于$y=x+1$.又∵$x>1$，∴m可取值 2，即$m=2$，
∴m的取值范围为$m\geq 2$

23．（1）证明：连接 OD，∵CD 是⊙O 的切线，∴OD⊥CD，∴∠ADC+∠ODA=90°
∵OF⊥AD，∴∠AOF+∠DAO=90°，∵∠ODA=∠DAO，∴∠ADC=∠AOF.

（2）设半径为r，在 Rt△OCD 中，$\sin C=\frac{1}{3}$，∴$\frac{OD}{OC}=\frac{1}{3}$，∴$OD=r,OC=3r$.
∵OA=r，∴AC=OC-OA=2r∵AB 为⊙O 的直径，∴∠ADB=90°，∴OF∥BD
∴$\frac{OE}{BD}=\frac{OA}{AB}=\frac{1}{2}$，∴OE=4，∵$\frac{OF}{BD}=\frac{OC}{BC}=\frac{3}{4}$，∴$OF=6$，∴$EF=OF-OE=2$

24．（1）减小，减小，减小

（2）根据表格描点，连成平滑的曲线即可



（3）当$x=-2$时，$y=\frac{7}{3}$，∴m的最大值为$\frac{7}{3}$

25．（1）平均数：$\left[(100\times 10)+(170\times 10)+(250\times 10)\right]\div 30\approx 173$（千克）

（2）$133\div 60\approx 2.9$倍

（3）方差反应数据的稳定程度，即从点状图中表现数据的离散程度，所以从图中可知：$s_1^2>s_2^2>s_3^2$

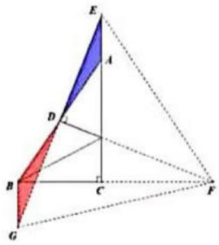
26.（1）抛物线必过（0，c），$\because y_1=y_2=c$，∴点 M，N 关于 $x=1$ 对称，又 $\because x_1<x_2$，$\therefore x_1=0,x_2=2$

（2）情况 1：当 $x_1\geq t,y_1<y_2$ 恒成立

情况 2：当 $x_1<t,x_2\leq t,y_1<y_2$ 恒不成立

情况 3：当 $x_1<t,x_2\leq t$, 要 $y_1<y_2$，必有 $\frac{x_1+x_2}{2}>t\therefore 2t\leq 3,\therefore t\leq\frac{3}{2}$

27.（1）∵D 是 AB 的中点，E 是线段 AC 的中点，∴DE 为△ABC 的中位线∴DE∥BC，∵∠C=90°，∴∠DEC=90°，∵DF⊥DE，∴∠EDF=90°∴四边形 DECF 为矩形，∴DE=CF=$\frac{1}{2}BC$，∴BF=CF，∴BF=CF，∴DF=CE=$\frac{1}{2}$AC，$\therefore EF=\sqrt{DE^2+DF^2}=\sqrt{a^2+b^2}$.



（2）过点 B 作 AC 的平行线交 ED 的延长线于点 G，连接 FG. ∵BG∥AC，∴∠EAD=∠GBD，∠DEA=∠DGB∵D 是 AB 的中点，∴AD=BD，∴△EAD≌△GBD（AAS）∴ED=GD，AE=BG.

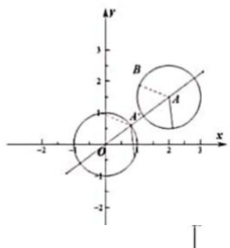
∵DF⊥DE，∴DF 是线段 EG 的垂直平分线∴EF=FG∵∠C=90°，BG∥AC，∴∠GBF=90°，

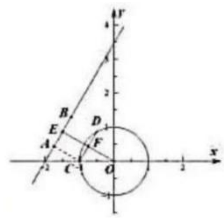
在 Rt△BGF 中，$FG^2=BG^2+BF^2$，$\therefore EF^2=AE^2+BF^2$

28.（1）平行；P_3.

（2）如图，线段 AB 在直线 $y=\sqrt{3}x+2\sqrt{3}$ 上，平移之后与圆相交，得到的弦为 CD，CD∥AB，过点 O 作 OE⊥AB 于点 E，交弦 CD 于点 F，OF⊥CD，令 $y=0$，直线与 x 轴交点为（-2,0），直线与 x 轴夹角为 60°，$\therefore OE=2\sin 60°=\sqrt{3}$. 由垂径定理得：$OF=\sqrt{OC^2-(\frac{1}{2}CD)^2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$ $\therefore d_1=OE-OF=\frac{\sqrt{3}}{2}$

（3）如图，线段 AB 的位置变换，可以看做是以点 A$(2,\frac{3}{2})$为圆心，半径为 1 的圆，只需在⊙O 内找到与之平行，且长度为 1 的弦即可；点 A 到 O 的距离为 $AO=\sqrt{2^2+(\frac{3}{2})^2}=\frac{5}{2}$. 如图，平移距离 d_2 的最小值即点 A 到⊙O 的最小值：$\frac{5}{2}-1=\frac{3}{2}$





平移距离 d_2 的最大值即点 A 到⊙O 的最大值：$\frac{5}{2}+1=\frac{7}{2}$

$\therefore d_2$ 的取值范围为：$\frac{3}{2}\leq d_2\leq\frac{7}{2}$